



NOTA DI LAVORO

Un approccio sistemico per la stima dell'*output gap* dell'economia italiana

di Tommaso Proietti, Marco Fioramanti,
Cecilia Frale e Libero Monteforte

La collana Note di lavoro comprende approfondimenti tecnici e istituzionali elaborati dall'UPB, eventualmente in collaborazione con esperti esterni. Le Note di lavoro intendono approfondire specifici profili rilevanti per i contributi istituzionali dell'UPB.

I contenuti delle Note riflettono le opinioni degli autori e non necessariamente quelle dell'UPB o degli Istituti di appartenenza degli esperti esterni.

La versione elettronica può essere scaricata da: www.upbilancio.it

Ufficio parlamentare di bilancio
Via del Seminario, 76
00186 Roma
segreteria@upbilancio.it

Un approccio sistemico per la stima dell'*output gap* dell'economia italiana

di Tommaso Proietti, Marco Fioramanti, Cecilia Frale e Libero Monteforte¹

Sommario

Le stime del potenziale produttivo e del corrispondente *output gap* di un'economia rivestono un ruolo fondamentale, non soltanto per le previsioni dell'inflazione e per la valutazione del ciclo economico, ma anche per la *fiscal governance* all'interno della Unione Europea.

Il prodotto potenziale è tuttavia una variabile non osservabile ed estremamente incerta; le misure empiriche variano molto a seconda dell'approccio econometrico adottato, della specificazione scelta per il processo generatore dei dati e delle serie utilizzate, sia in storia sia in previsione. La metodologia adottata in ambito UE, concordata in seno all'*Output Gap Working Group*, è oggetto di un ampio dibattito; i *fiscal council* di diversi paesi stanno al riguardo svolgendo ricerche, volte a innovare la modellistica sull'*output gap*.

Nel presente lavoro si propone di stimare il potenziale dell'economia italiana basandosi su una combinazione di modelli che si ispirano a diverse metodologie proposte in letteratura. In particolare si utilizzano, oltre a un filtro statistico, modelli a componenti non osservabili basati sulla curva di Phillips, sulla legge di Okun e sulla funzione di produzione. L'approccio scelto permette di conciliare la parsimonia della specificazione econometrica con l'interpretazione economica dei risultati. La pluralità di modelli consente inoltre di costruire bande di plausibilità delle stime dell'*output gap*, utili per le analisi in supporto alla politica economica.

¹ Tommaso Proietti, Università di Roma Tor Vergata; Marco Fioramanti, Ufficio parlamentare di bilancio; Cecilia Frale, corresponding author, Ufficio parlamentare di bilancio, Via del Seminario 76 – 00186 Roma, cecilia.frale@upbilancio.it; Libero Monteforte, Ufficio parlamentare di bilancio.

1 Introduzione

Il prodotto potenziale, ossia il valore massimo ottenibile impiegando efficientemente i fattori produttivi di un sistema economico in condizioni di inflazione stabile, è una variabile di assoluto rilievo per la politica economica. La deviazione tra la produzione effettiva e il prodotto potenziale, l'*output gap*, identifica infatti sia le oscillazioni cicliche di un'economia, sia gli squilibri nell'utilizzo delle risorse produttive che influenzano le dinamiche nominali di medio termine.

Il prodotto potenziale e l'*output gap* sono molto utili per le analisi istituzionali ma estremamente difficili da trattare empiricamente. Infatti si tratta di variabili non osservabili, sulle quali gli istituti di statistica non rilasciano misure ufficiali, e che possono essere stimate solo con un grado di incertezza molto elevato, per via di diversi fattori. In primo luogo, sono molteplici ed eterogenei gli approcci econometrici utilizzati in letteratura per misurarli. È possibile impiegare modelli puramente statistici, che non implicano ipotesi forti sulle relazioni economiche, quanto piuttosto sulle proprietà delle serie storiche, come nel caso del filtro di Hodrick e Prescott (1997) (HP). Alternativamente il prodotto potenziale può essere stimato a partire da relazioni economiche, come nel caso dei metodi basati sulla funzione di produzione, oppure su modelli strutturali che considerano frizioni di breve termine (Parigi e Siviero (2001), Vetlov *et al.* (2011)). Gli approcci possono combinarsi, dando luogo a modelli ibridi, in cui ad esempio la funzione di produzione viene stimata estraendo congiuntamente le componenti non osservabili delle serie storiche (Proietti *et al.* (2007), ECB (2018)). Un altro filone di analisi, sebbene fino a ora meno esplorato in letteratura, si caratterizza per l'utilizzo di grandi basi di dati; ad esempio, Szörfi e Tóth (2018) sfrutta le informazioni delle inchieste congiunturali sulla capacità produttiva, Fantino (2018) effettua stime utilizzando i bilanci a livello d'impresa, Murray (2014) usa le componenti principali per sintetizzare un elevato numero di indicatori. Anche a parità di approccio econometrico adottato, vi sono poi diverse combinazioni possibili nella specificazione delle equazioni, spesso ugualmente accettabili dal punto di vista statistico, che però conducono a stime diverse del potenziale (Jarociński e Lenza (2018), Frale e De Nardis (2018)). Inoltre, a parità di specificazione econometrica, le scelte sulle condizioni iniziali delle stime e sulle varianze dei processi stocastici, implicano misure del potenziale anche molto differenziate (Fioramanti (2015) e Fioramanti e Waldmann (2017)).

Oltre che per la modellistica scelta, le stime sul prodotto potenziale risentono fortemente dell'incertezza derivante dai dati. Le revisioni delle serie storiche ufficiali e gli aggiornamenti delle previsioni macroeconomiche sulle variabili che entrano come input nei modelli sul potenziale inducono ulteriore instabilità nelle stime in tempo reale. Ne risulta che l'utilizzo dell'*output gap* per le decisioni di politica economica rischia di condurre a scelte inappropriate *ex post* (Orphanides e Van Norden (2002)). La politica di bilancio degli stati membri dell'Unione europea risente dell'incertezza in tempo reale sulla misurazione del prodotto potenziale e dell'*output gap*, in quanto tali variabili sono rilevanti per le principali regole fiscali della UE.

Le stime della Commissione europea sull'*output gap*, basate sulla funzione di produzione, spesso si differenziano da quelle di altre organizzazioni internazionali quali, per esempio, il Fondo monetario internazionale (FMI) o l'Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo economico (OCSE), che tuttavia usano approcci analoghi. Rispetto a queste, le stime della Commissione europea risultano maggiormente procicliche e instabili in tempo reale. Nel caso specifico dell'Italia, il Ministero dell'Economia e delle finanze (MEF) ha osservato che i valori ottenuti con il modello della Commissione europea non sempre sono interpretabili dal punto di vista della teoria economica e risentono molto anche della scelta dei parametri per l'inizializzazione delle stime (come documentato nel Documento di economia e finanza (DEF) 2018).

I *fiscal council* investono sull'analisi del prodotto potenziale e dell'*output gap* per diversi motivi. La quantificazione della crescita potenziale può essere utile per le analisi sulla sostenibilità di lungo periodo del debito pubblico. Nel medio termine, inoltre, la stima dell'*output gap* è necessaria per valutare la *fiscal stance* della politica di bilancio, oltre che le previsioni sull'inflazione. Infine, nel breve termine, la stima del *gap* identifica la posizione ciclica di un'economia. Negli Stati Uniti il Congressional Budget Office (CBO) ha recentemente documentato l'evoluzione del suo modello (Shackleton (2018)), basato sulla funzione di produzione. In Europa vengono svolte ricerche da parte di diversi organismi nazionali (Casey (2018), Cuerpo *et al.* (2018), EUIFs (2018)).

In Italia l'Ufficio parlamentare di bilancio (UPB) ha già in passato svolto ricerche sul potenziale (Fioramanti *et al.* (2015), Frate e De Nardis (2018)). Beneficiando anche dei risultati di tali analisi, in questo lavoro si propone di stimare il potenziale e l'*output gap* dell'economia italiana attraverso una pluralità di modelli, tutti basati sulle tecniche di scomposizione delle componenti non osservabili nelle serie storiche. Nello specifico, si propongono semplici modelli che mettono in relazione il *gap* con l'inflazione (modello bivariato basato sulla curva di Phillips) e con la disoccupazione (modello trivariato basato sulla legge di Okun), eventualmente corretti per tenere conto di cambiamenti strutturali occorsi durante la doppia recessione dell'economia italiana; si propone inoltre una funzione di produzione caratterizzata da un approccio sistemico, in cui le differenti componenti sono stimate simultaneamente con un modello multivariato; infine, si considera un filtro statistico univariato, basato sulle stime della curva di Phillips del modello bivariato.

L'approccio proposto consente di tenere conto di una varietà di metodi proposti in letteratura e quindi di interpretare economicamente le stime alla luce di diverse teorie; l'eterogeneità dei risultati ottenuti permette inoltre la costruzione di misure di incertezza. Le scelte sulle specificazioni econometriche sono state effettuate tenendo conto delle proprietà statistiche, della stabilità in tempo reale e della plausibilità rispetto alla teoria economica. Le stime dei modelli proposti non dipendono da vincoli o parametri definiti *a priori*.

L'analisi svolta mostra che il modello bivariato tra PIL e inflazione è affidabile dal punto di vista statistico ed è coerente con l'interpretazione del potenziale come il livello del prodotto che non genera pressioni inflazionistiche. Il modello trivariato consente di identificare anche il NAIRU, ma si rivela meno stabile quando viene aggiornato il set informativo. L'approccio multivariato, basato sulla funzione di produzione, è il più completo per l'interpretazione economica ma appare meno stabile del modello bivariato. Infine, il filtro statistico univariato proposto può essere un'alternativa ai filtri semplici come l'HP, in cui i parametri vengono normalmente definiti indipendentemente dalle proprietà della specifica serie storica analizzata.

Il presente lavoro è così organizzato: nella sezione seguente si tratteggia l'utilizzo a fini istituzionali da parte dell'UPB delle stime sul potenziale e si confrontano i valori ottenuti in storia con i vari modelli. Nelle sezioni 3, 4 e 5 si descrivono nello specifico i modelli sviluppati e nella sezione 6 se ne analizzano le proprietà statistiche. La sezione 7 conclude presentando le recenti previsioni sull'*output gap*.

2 Una visione d'insieme sulle stime del prodotto potenziale dei modelli UPB

La stima del prodotto potenziale riveste un ruolo centrale nella *fiscal governance* europea, in quanto per mezzo di esso vengono calcolati gli *output gap* e quindi i saldi strutturali degli Stati membri. A partire dal gennaio 2015 la Commissione europea usa le stime dell'*output gap* anche per caratterizzare la fase ciclica degli Stati membri e quindi per definire l'entità dell'aggiustamento strutturale richiesto ai singoli paesi². Il prodotto potenziale viene inoltre utilizzato per il calcolo della regola della spesa e per la verifica di quella sul debito.

Il MEF adotta la metodologia concordata tra la Commissione europea e i paesi membri, che si basa sulla funzione di produzione (il modello è sinteticamente descritto nel paragrafo A.1 dell'Appendice). La metodologia della Commissione europea è stata da più parti criticata, sia per la poca trasparenza nell'inizializzazione delle stime, sia per l'eccessiva prociclicità delle componenti di *trend*, in particolare il NAWRU, che nel caso dell'Italia viene determinato impiegando un modello il cui accostamento ai dati risulta essere relativamente basso³. Da un punto di vista econometrico l'approccio della Commissione europea appare inoltre poco sistematico, poiché al suo interno convivono metodi differenti⁴; queste critiche hanno indotto, negli anni, discussioni accese tra le autorità italiane ed europee, oltre che tra gli analisti.

² A questo riguardo si veda il Focus UPB (2015) "Le nuove indicazioni della Commissione europea sulla flessibilità nel Patto di stabilità e crescita", N. 1.

³ Si veda al riguardo l'analisi di Cacciotti et al. (2017).

⁴ Si segue un approccio classico basato sulla verosimiglianza per il modello di curva di Phillips che conduce al calcolo del NAWRU; si effettua la stima Bayesiana per la stima del *trend* della TFP e si applica il filtro HP per la scomposizione delle altre componenti dell'*output*.

Tra i compiti istituzionali dell'UPB vi è la validazione delle previsioni macroeconomiche e la valutazione delle previsioni di finanza pubblica del Governo. Il processo è regolato da un protocollo d'intesa con il MEF, nel quale si stabilisce che per garantire la completezza del quadro informativo il MEF trasmetta all'UPB anche le variabili necessarie al calcolo del prodotto potenziale e dell'*output gap*, che rilevano per le principali regole di bilancio della UE. Per la valutazione della politica di bilancio del MEF l'UPB utilizza lo stesso modello della Commissione europea; alla luce però della forte incertezza sulla quantificazione dell'*output gap*, che in tempo reale differisce tra MEF e Commissione europea nonostante l'uso dello stesso modello, l'UPB ha l'interesse a utilizzare anche strumenti e misure alternative dell'*output gap*⁵.

L'UPB ha effettuato, fin dalla sua costituzione, studi sul prodotto potenziale e sul *gap* dell'economia italiana; recentemente si è concentrato sullo sviluppo di modelli alternativi a quello della Commissione europea, documentati nel seguito. Dalle analisi svolte non è emerso un modello dominante, in quanto ciascuno tra quelli qui di seguito selezionati è in grado di cogliere relazioni statistiche o economiche diverse. Si è quindi deciso di dotarsi di una modellistica articolata su più strumenti, come nel caso della Banca d'Italia (Bassanetti et al. (2010)). Seguendo questo approccio, oltre ad avere una misura puntuale del prodotto potenziale e del *gap*, si può inoltre ottenere un intervallo di plausibilità che fornisca una misura dell'incertezza.

A conclusione dell'analisi empirica sono stati selezionati cinque modelli, che vengono descritti nei paragrafi seguenti:

1. modello bivariato per *output* e inflazione;
2. modello bivariato per *output* e inflazione con *shock* ciclico in corrispondenza dell'anno 2009;
3. modello trivariato per *output*, inflazione e tasso di disoccupazione;
4. modello multivariato della funzione di produzione, in cui la stima delle varie componenti avviene attraverso un sistema integrato;
5. filtro statistico univariato, i cui parametri sono calibrati sulla base delle stime del modello bivariato di cui al punto 1.

Il modello 1 considera una relazione bivariata tra *output* e inflazione, per cui la serie del PIL viene scomposta in un *trend* e una componente ciclica, che entra in una curva di Phillips definita sul deflatore del PIL. La dinamica dei prezzi dipende inoltre dalle aspettative degli operatori e da variabili esogene estere, come il prezzo del petrolio e il tasso di cambio. Questo modello rappresenta la struttura minima compatibile con la definizione standard di *output gap*, ovvero come quel valore massimo di prodotto che non genera accelerazioni dei prezzi. Il modello 2 rappresenta un'estensione del precedente in cui si tiene conto

⁵ Le stime di MEF e Commissione europea differiscono sia perché le previsioni macroeconomiche delle due istituzioni sono diverse e coprono un arco temporale eterogeneo, sia perché risentono delle scelte su alcuni parametri iniziali (vincoli alle varianze dei processi stocastici del NAWRU e a priori del modello della TFP) che incidono in misura non marginale.

della anomala fase ciclica dell'ultimo decennio, inserendo una variabile d'intervento nel 2009, per favorire la capacità di accostamento ai dati storici dell'equazione sul ciclo economico.

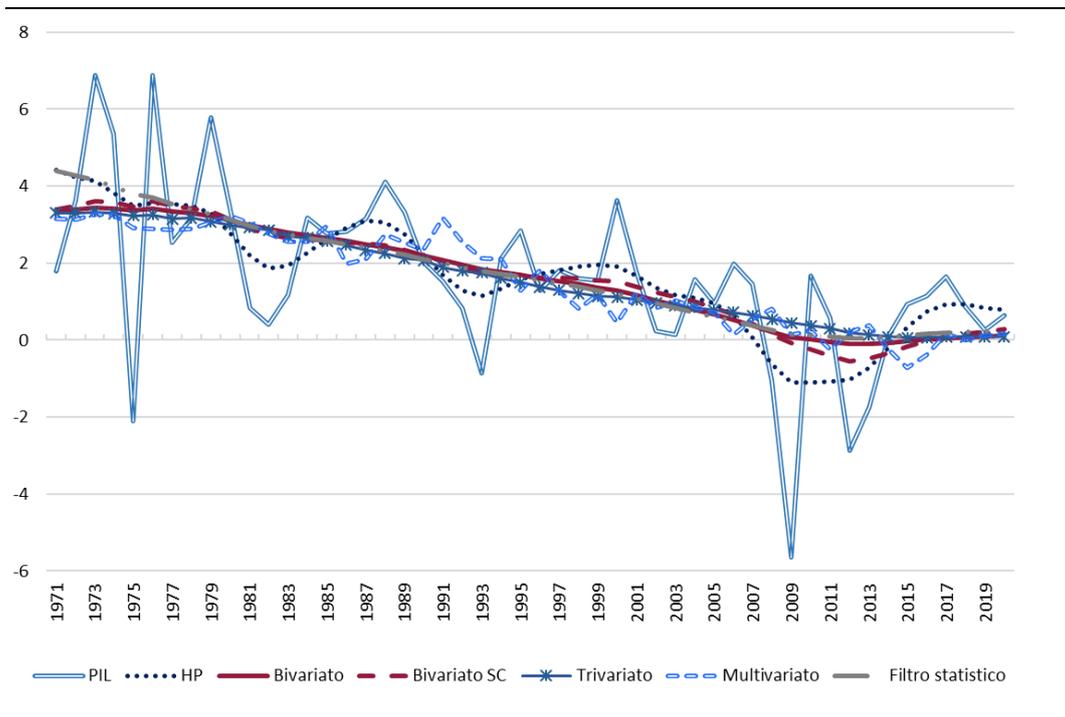
I primi due modelli selezionati non permettono di considerare un aspetto determinante per la valutazione del potenziale di una economia, rappresentato dal mercato del lavoro. Pertanto il modello 1 è stato esteso includendo un'equazione che lega l'*employment gap* all'*output gap*; in questa formalizzazione (modello 3) la serie della disoccupazione viene scomposta nella componente di *trend*, ovvero il NAIRU, e in quella ciclica che risulta legata all'*output gap* con un ritardo di un periodo. Tale schema ripropone la legge di Okun (1962), sebbene la relazione tra il gap del prodotto e della disoccupazione non sia di stretta proporzionalità, ma si realizzi per mezzo di un coefficiente stimato endogenamente dal modello.

Una visione integrata dei fenomeni economici viene fornita dal modello multivariato (modello 4), che stima il potenziale mediante una funzione di produzione con stime econometriche multivariate per i fattori; questo lo differenzia dall'approccio della Commissione europea in cui il NAWRU e il *trend* della TFP vengono ottenuti separatamente. Nel modello 4 il PIL viene ricostruito a partire dai fattori produttivi (il lavoro, il capitale e il residuo di Solow), identificando le relative componenti strutturali; l'*output gap* si ottiene quindi come combinazione dei cicli delle diverse serie. Oltre alle informazioni comuni ai precedenti modelli, si considera anche un indicatore di capacità produttiva (CUBS), calcolato in base alle indagini dell'Istat sulla fiducia delle imprese. Questo modello permette una più ampia interpretazione economica dei fenomeni che sono alla base della crescita potenziale di un'economia, ma a fronte di una maggiore complessità della struttura.

Infine, il potenziale è stato stimato anche con un filtro statistico (modello 5), simile al filtro HP, ma calibrato in modo da replicare le caratteristiche del ciclo ottenuto dal modello bivariato. Questo approccio, pur nella sua semplicità, permette di scomporre la dinamica del prodotto potenziale nelle componenti di fondo inserite nel quadro della funzione di produzione. Inoltre, facendo riferimento ai parametri desunti dal modello 1, risulta coerente con la definizione di potenziale come quel livello di output che non genera pressioni inflazionistiche. Nel complesso quindi rappresenta un metodo di stima semplice ma al tempo stesso esaustivo poiché, diversamente dai consueti filtri univariati, permette una valutazione economica.

La figura 1 mostra come le stime sulla dinamica del prodotto potenziale dal 1970 abbiano una chiara tendenza flettente, coerentemente con i minori tassi di crescita registrati per il PIL. Tale tendenza di fondo è comune a tutti i modelli, ma vi sono alcune differenze, che dipendono sia dal set informativo utilizzato per le stime, sia dalla diversa struttura.

Fig. 1 – Crescita del PIL e del prodotto potenziale secondo i cinque modelli proposti (variazioni percentuali).

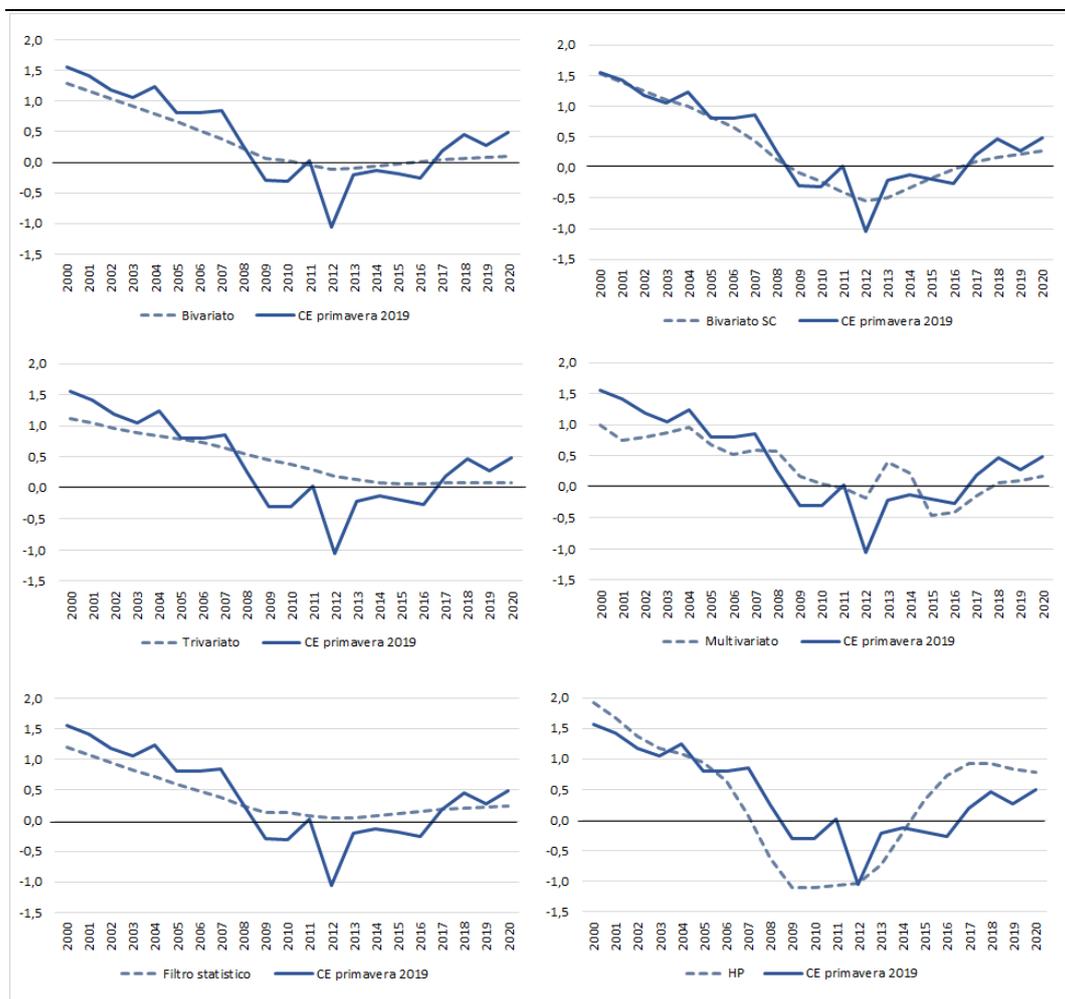


Paragonando in un periodo più recente (figura 2) i due modelli bivariati si osserva come la diversa identificazione dello *shock* ciclico, collocato in corrispondenza dell'avvio della crisi globale finanziaria, conduce a una dinamica del prodotto potenziale superiore a quella del modello bivariato nelle fasi espansive; la variabile d'intervento spiega parte del calo produttivo della prima crisi, ma successivamente sconta una riduzione della capacità produttiva. Il modello bivariato semplice, invece, produce stime del potenziale meno volatili, quindi con crescita inferiore prima della crisi, una perdita di potenziale trascurabile durante la recessione e una dinamica più lenta negli anni in corso.

La crescita potenziale stimata dal modello trivariato appare ancora meno prociclica di quella ottenuta col modello 1. La scomposizione del modello trivariato è tale per cui una parte della caduta del PIL, attribuita alla componente ciclica, spiega il gap nella disoccupazione attraverso la legge di Okun. La relazione negativa che lega i due cicli implica un NAIRU contenuto e quindi un fattore lavoro potenziale elevato nelle fasi recessive. Negli anni in corso una componente ancora elevata della disoccupazione viene considerata ciclica, per cui si stimano valori dell'*output gap* tendenzialmente più bassi di quelli del modello bivariato.

Nel modello multivariato l'informazione di tipo economico è principalmente legata alla curva di Phillips, mentre per TFP, occupazione, ore lavorate e CUBS la scomposizione avviene con un modello statistico ciclo-*trend*, sebbene attraverso una stima simultanea.

Fig. 2 – Dinamica del prodotto potenziale nei diversi modelli UPB e della Commissione europea (variazioni percentuali)



La dinamica del prodotto potenziale risulta la più volatile rispetto a quella ottenuta con gli altri modelli; successivamente al 2015 la crescita del potenziale è bassa, principalmente a causa degli incrementi sulla misura di utilizzo della capacità produttiva (CUBS).

Infine, il potenziale stimato con il filtro statistico proposto è intermedio tra quello risultante dal modello bivariato e quello del modello trivariato⁶. Dal confronto con il filtro HP, appare comunque evidente come il potenziale stimato con i modelli qui presentati sia molto meno prociclico di quello dell'HP. Questa proprietà torna anche a beneficio della stabilità dei modelli rispetto ai dati preliminari, come documentato nella sezione 3.4. Nelle seguenti sezioni 3, 4 e 5 si riportano maggiori dettagli sulla formulazione econometrica dei modelli, mentre nella sezione 6 si presenta una valutazione delle loro proprietà statistiche.

⁶ Il filtro statistico è stato applicato alla serie del PIL dal 1960, mentre il modello bivariato è stato stimato dal 1970 in poi per mancanza di dati retrospettivi sui prezzi.

3 Stima del potenziale mediante modelli a componenti non osservabili

I modelli a componenti non osservabili per le serie storiche rappresentano un *framework* molto generale e tuttavia parsimonioso per scomporre una variabile nelle sue componenti di interesse, il *trend* e il ciclo, sulla base di processi stocastici che ne riproducono le caratteristiche (per una trattazione completa si veda Harvey (1989)). Seguendo questo approccio, data una serie temporale y_t , ad esempio il PIL, si considera la scomposizione in due processi sottostanti, μ_t e ψ_t , tali che

$$y_t = \mu_t + \psi_t,$$

dove μ_t rappresenta la componente di lungo periodo, il *trend*, mentre ψ_t è la componente ciclica.

Una formalizzazione molto generale per il *trend* μ_t , è costituita dal modello *trend* lineare locale (LLT):

$$\begin{aligned} \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t, & \eta_t &\sim \text{IID } N(0, \sigma_\eta^2), \\ \beta_t &= \beta_{t-1} + \zeta_t, & \zeta_t &\sim \text{IID } N(0, \sigma_\zeta^2). \end{aligned} \tag{1}$$

dove solitamente si assume che η_t e ζ_t siano errori casuali indipendenti.

Il modello annida alcuni casi particolari di interesse:

- Qualora $\sigma_\zeta^2 = 0$ il *trend* è un *random walk* con *drift* costante $\beta_t = \beta_0$. Se ulteriormente si pone $\beta_0 = 0$ il processo è un *random walk senza drift*: $\mu_t = \mu_{t-1} + \eta_t$.
- Se $\sigma_\eta^2 = \sigma_\zeta^2 = 0$ il *trend* è *lineare deterministico*: $\mu_t = \mu_0 + \beta_0 t$.
- Se $\sigma_\eta^2 = 0$ il *trend* è un *random walk integrato*, $\Delta^2 \mu_t = \zeta_{t-1}$. La restrizione $\sigma_\eta^2 = 0$ viene talvolta chiamata 'a priori di lisciamento' (*smoothness prior*).

Nell'ambito dell'analisi delle serie economiche, la componente ciclica ψ_t è rappresentata generalmente con un processo stazionario autoregressivo del secondo ordine:

$$\psi_t = \phi_1 \psi_{t-1} + \phi_2 \psi_{t-2} + \kappa_t, \quad \kappa_t \sim \text{IID } N(0, \sigma_\kappa^2). \tag{2}$$

I coefficienti ϕ_1 e ϕ_2 possono essere riparametrizzati come segue:

$$\phi_1 = 2\rho \cos \lambda_c, \quad \phi_2 = -\rho^2, \tag{3}$$

dove il parametro λ_c viene solitamente interpretato come frequenza ciclica, con periodo corrispondente pari a $\tau_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}$ e ρ è il fattore di smorzamento dell'onda ciclica (*damping factor*).

Questa specificazione ha una lunga tradizione nell'ambito dell'analisi delle serie storiche (a partire da Yule (1927)), per la sua flessibilità nel modellare fenomeni ciclici; nell'ambito della letteratura sull'*output gap* questa formalizzazione ha assunto un ruolo di primo piano, a partire da Clark (1989).

I modelli con componenti non osservabili possono essere stimati sia massimizzando la verosimiglianza sia con tecniche bayesiane. In questo lavoro si segue il primo approccio, che a differenza del modello della Commissione europea, non richiede la definizione di ipotesi a priori e vincoli sulle varianze dei processi stocastici.

3.1 Modello bivariato per output e inflazione

Nei primi anni novanta Kuttner (1994) proponeva un modello per l'economia statunitense basato sulla relazione bivariata tra attività economica e prezzi, in cui l'*output gap* entra nell'equazione dell'inflazione tramite una curva di Phillips e il potenziale è il livello di produzione coerente con prezzi stabili.

Recentemente, la letteratura empirica ha messo in evidenza l'importanza delle aspettative inflazionistiche; Mavroeidis et al. (2014) ne ha documentato il ruolo, in un contesto neo-Keynesiano, a seconda della specificazione del modello e del metodo di stima⁷. Gli aspetti critici sulla stima della curva di Phillips, ai fini delle analisi sul potenziale dell'Italia, sono stati considerati da Fioramanti e Waldmann (2017), in particolare per la versione accelerazionista. Un elemento centrale nella stima della curva di Phillips riguarda inoltre la scelta della variabile di prezzo.

La nostra analisi, sull'Italia, sembra favorire una misura di prezzo basata sul deflatore del PIL, piuttosto che l'inflazione salariale. Partendo da tali considerazioni, definiamo un modello bivariato tra le serie del PIL (y_t) e del suo deflatore, come nello schema triangolare di Gordon (1997), esteso per la presenza delle aspettative inflazionistiche⁸. La serie del PIL reale viene scomposta in *trend* più ciclo, quest'ultimo corrisponde all'*output gap*. La componente transitoria segue un processo autoregressivo del secondo ordine mentre il *trend* è rappresentato da un *local linear trend model*⁹. La curva di Phillips include una componente inerziale, le aspettative inflazionistiche e l'*output gap*; il gap entra sia contemporaneo sia ritardato, per cogliere oltre all'effetto livello anche quello di variazione.

⁷ Altri contributi recenti sono in Ball e Mazumder (2011), Blanchard (2016) e Coibion e Gorodnichenko (2015).

⁸ Le aspettative sono desunte dall'*Indagine sulle aspettative di inflazione e crescita* condotta dalla Banca d'Italia, ricostruite all'indietro sulla base di precedenti indagini.

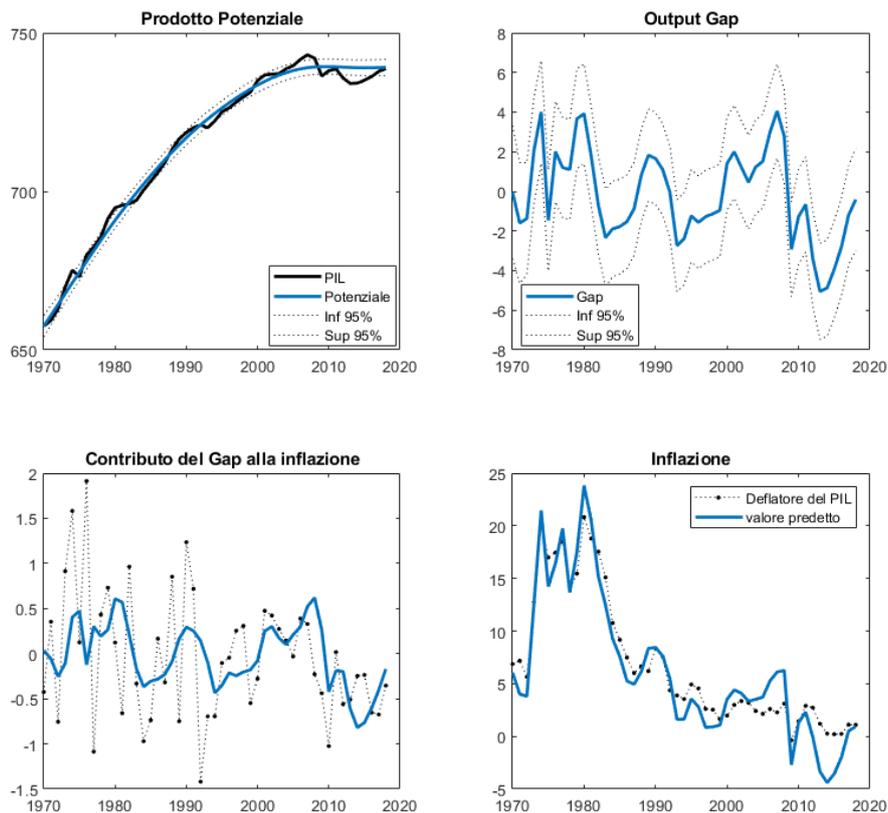
⁹ Per la specificazione del *trend* sono state valutate varie formulazioni alternative anche in relazione a quanto osservato da Frale e De Nardis (2018).

Completano la specificazione alcune variabili esogene, quali le ragioni di scambio e il prezzo del petrolio. La rappresentazione annida la versione accelerazionista (per maggiori dettagli si veda la formalizzazione estesa presentata nel paragrafo A.2 dell'Appendice).

La figura 3 presenta le stime del potenziale, del tasso di crescita potenziale e dell'*output gap* per il modello bivariato descritto in questa sezione; si mostra inoltre la curva di Phillips, che sembra avere un buon adattamento ai dati storici.

Il modello bivariato presenta alcune importanti proprietà in termini di stabilità dei risultati (che sarà approfondita nella sezione 3.4), significatività statistica, parsimonia e interpretabilità economica (in quanto incorpora la relazione teorica tra *output* e prezzi). Tuttavia, si tratta di un modello semplice, che non considera il mercato del lavoro e che risente delle forti fasi recessive che hanno caratterizzato l'economia italiana nell'ultimo decennio.

Fig. 3 – Modello bivariato per PIL e inflazione
(deflatore del PIL) (1)



(1) Le bande di confidenza sono costruite aggiungendo e sottraendo due volte la deviazione standard condizionata della componente. Il riquadro in basso a sinistra mostra l'inflazione non spiegata dalle aspettative e dalle variabili esogene ($\pi_t - \tilde{\gamma}_e \pi_t^e - \Sigma_k \tilde{\beta}_k x_{kt}$) e il contributo dell'*output gap* alla stessa. Il PIL è misurato in logaritmo dei livelli; l'*output gap* in percentuale; il contributo del gap all'inflazione in percentuale; l'inflazione in variazioni percentuali.

Nei paragrafi successivi vengono analizzate alcune possibili estensioni, sia per migliorare la capacità del modello di replicare i dati storici, sia per tener conto delle variabili del mercato del lavoro.

3.2 *Modello bivariato con shock ciclico*

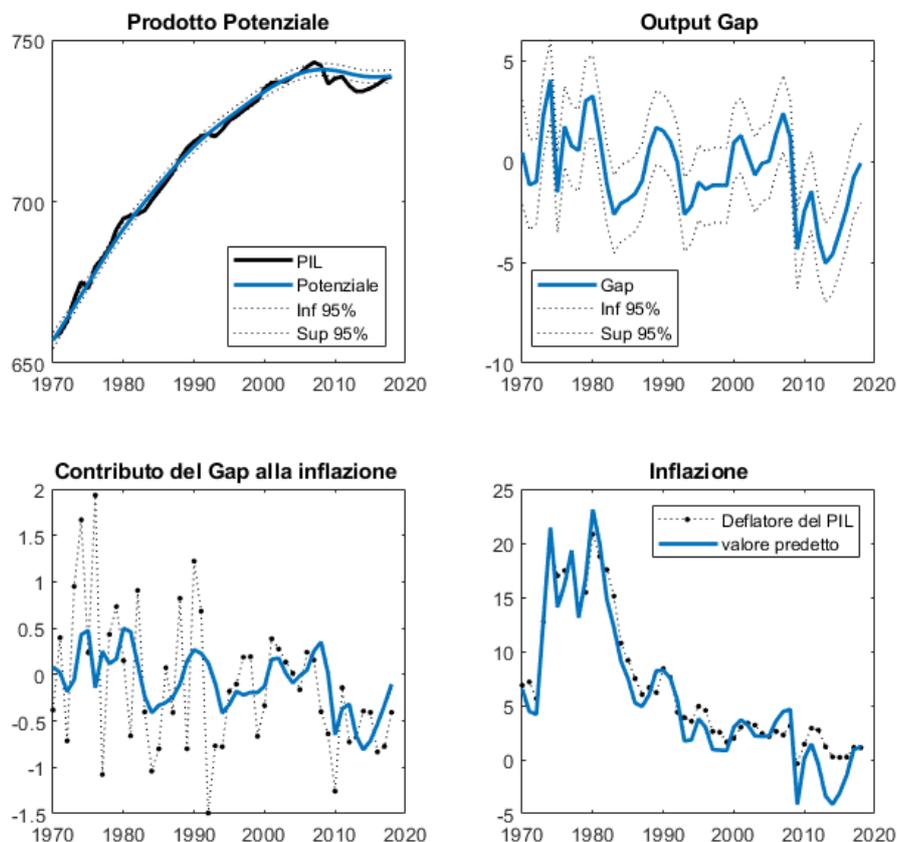
I residui del modello bivariato, presentato nella sezione precedente, mostrano un *outlier* nel 2009, in corrispondenza della crisi finanziaria globale. Questo ha indotto a verificare la possibilità di inserire nella specificazione *shock* specifici, per tenere conto di cambiamenti nelle proprietà della serie indotti dalla forte recessione.

Rispetto al modello base, sono stati considerati alcuni casi particolari per incorporare gli effetti delle forti fasi di crisi attraversate dall'economia italiana nell'ultimo decennio: i) cambiamento di livello nel potenziale; ii) cambiamento strutturale del tasso di crescita del potenziale; iii) *shock* all'equazione del ciclo. In particolare è stata inserita una variabile intervento, che elimina il potenziale *outlier* in corrispondenza del 2009 (per maggiori dettagli si rimanda al paragrafo A.2 dell'Appendice). Il modello stimato produce in tutti e tre i casi una chiara evidenza in favore della presenza di una rottura nel 2009, tuttavia non si rileva una netta differenza in termini di significatività statistica tra le tre specificazioni dello *shock*. Appare plausibile che una crisi economica intensa e prolungata, come quella dell'ultimo decennio, possa comunque essere interpretata come anomala rispetto alle caratteristiche di un ciclo economico standard. In ultima analisi, è stato quindi scelto il modello bivariato con lo *shock* ciclico. Dal confronto tra le figure 3 e 4 emerge come il modello modificato per tenere conto del cambiamento ciclico stimi un allargamento del *gap* più pronunciato durante la crisi e un riassorbimento più graduale durante la ripresa.

3.3 *Modello trivariato per produzione, inflazione e disoccupazione*

Il prodotto potenziale può essere alternativamente ottenuto a partire dalla relazione empirica di proporzionalità diretta tra il *gap* del prodotto e quello della disoccupazione. L'esistenza e la stabilità della relazione è stata nel tempo più volte esaminata, con esiti non conclusivi. Ball et al. (2017) considera la robustezza della legge a cinquanta anni dalla sua elaborazione e conclude che essa appare forte e stabile nella maggior parte delle economie sviluppate, seppure con differenze tra i vari paesi.

Fig. 4 – Modello bivariato con *shock* ciclico per PIL e inflazione (1)
(deflatore del PIL)

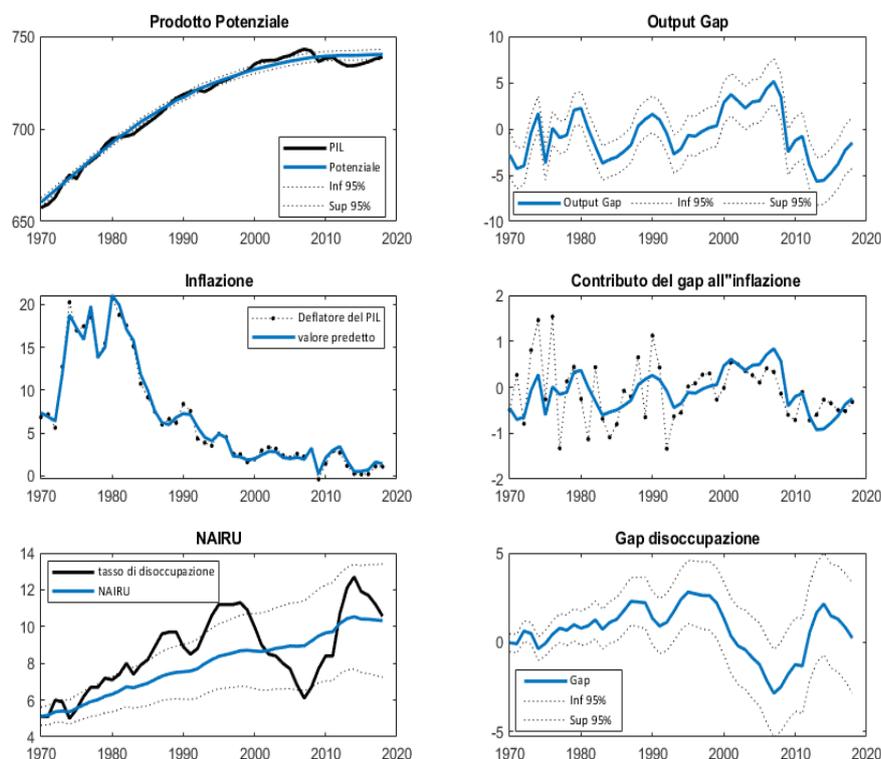


(1) Le bande di confidenza sono costruite aggiungendo e sottraendo due volte la deviazione standard condizionata della componente. Il riquadro in basso a sinistra mostra l'inflazione non spiegata dalle aspettative e dalle variabili esogene ($\pi_t - \tilde{\gamma}_e \pi_t^e - \sum_k \tilde{\beta}_k x_{kt}$) e il contributo dell'*output gap* alla stessa. Il PIL è misurato in logaritmo dei livelli; l'*output gap* in percentuale; il contributo del gap all'inflazione in percentuale; l'inflazione in variazioni percentuali.

Il modello bivariato della sezione precedente può essere esteso per includere una relazione che lega il *gap* della disoccupazione a quello dell'*output*. La legge di Okun può essere specificata in due maniere: la relazione tra i *gap* può essere di stretta proporzionalità, con l'*output gap* che genera il ciclo comune alla disoccupazione, oppure l'*unemployment gap* può scomporsi in una componente proporzionale all'*output gap* e una componente specifica.

L'evidenza empirica svolta induce a ritenere che la relazione tra *employment gap* e *output gap* sia significativa per l'Italia, sebbene essa si verifichi con un ritardo temporale. La stima del modello trivariato, presentato in dettaglio nel paragrafo A.3 dell'Appendice, fornisce i risultati presentati nella figura 5. Il NAIRU ottenuto non è un *trend* deterministico, tuttavia, appare indistinguibile da esso in termini statistici.

Fig. 5 – Modello trivariato per il PIL, inflazione e disoccupazione (1)



(1) Il PIL è misurato in logaritmo dei livelli; l'*output gap*, il NAIRU e il gap della disoccupazione in percentuale; il contributo del gap all'inflazione in percentuale; l'inflazione in variazioni percentuali.

4 Modello multivariato basato sulla funzione di produzione

La teoria sulla funzione di produzione è quella più utilizzata tra le istituzioni internazionali (per la Commissione Europea si veda D'Auria et al. (2010) e Havik et al. (2014), per l'OECD Giorno et al. (1995), per l'IMF De Masi (1997), per il Congressional Budget Office CBO (2001)) per la stima del potenziale.

Si assume una funzione di produzione neoclassica di tipo Cobb-Douglas, caratterizzata da rendimenti di scala costanti, che esprime il prodotto aggregato, Y , in funzione delle ore lavorate totali, L , e dello stock di capitale, K :

$$Y = AL^\alpha K^{1-\alpha}, \quad (4)$$

dove A rappresenta la produttività totale dei fattori (TFP, *total factor productivity*) e α rappresenta l'elasticità del prodotto rispetto al lavoro¹⁰.

¹⁰ Il parametro α viene stimato empiricamente pari a 0,63 e approssimato a 0,65 dalla Commissione europea.

Si perviene alla scomposizione del prodotto (Y) in potenziale (Y_p) e *output gap* (Y_G),

$$Y = Y_p \times (1 + Y_G),$$

dove, denotando con un pedice P il livello potenziale delle variabili intervenute, si ha:

$$Y_p = A_p \times L_p^\alpha \times K^{1-\alpha}. \quad (5)$$

La Commissione europea stima le componenti dell'equazione (5) separatamente, mentre in questo lavoro si utilizza un modello multivariato, che le ottiene tutte simultaneamente; ci sono pochi tentativi in tal senso, Proietti *et al.* (2007) considera diverse specificazioni di un sistema multivariato per la (5) e recentemente la Banca Centrale Europea ha proposto alcune applicazioni in tale direzione (ECB (2018)).

Il modello presentato in questo lavoro assume che le componenti di *trend* delle diverse variabili siano ortogonali tra loro, mentre i cicli sono tutti correlati. Se h_t denota le ore lavorate totali, e_t il tasso di occupazione¹¹, a_t il tasso di partecipazione e p_t quello della popolazione in età lavorativa, vale la relazione (in logaritmi):

$$l_t = h_t + a_t + e_t + p_t.$$

Inoltre, se k_t denota lo *stock* di capitale,

$$\begin{aligned} y_t &= f_t + \alpha l_t + (1 - \alpha)k_t \\ &= \mu_t + \psi_t \end{aligned}$$

$$\mu_t = \mu_{f_t} + \alpha(\mu_{h_t} + \mu_{a_t} + \mu_{e_t} + p_t) + (1 - \alpha)k_t \quad (6)$$

$$\psi_t = \psi_{f_t} + \alpha(\psi_{h_t} + \psi_{a_t} + \psi_{e_t}).$$

La prima equazione scompone il PIL secondo l'approccio della funzione di produzione. Il prodotto potenziale μ_t risulta dalla combinazione lineare delle componenti di fondo di TFP, lavoro e capitale, mentre l'*output gap* risulta dalla combinazione del *gap* della TFP e delle ore lavorate (scomposte nel contributo del tasso di partecipazione, tasso di occupazione e ore lavorate *pro capite*). La popolazione concorre esclusivamente a definire il potenziale dell'economia. Per estrarre la componente ciclica della TFP si considera l'indicatore composito CUBS, calcolato dalla Commissione europea (si veda il paragrafo A.1 dell'Appendice).

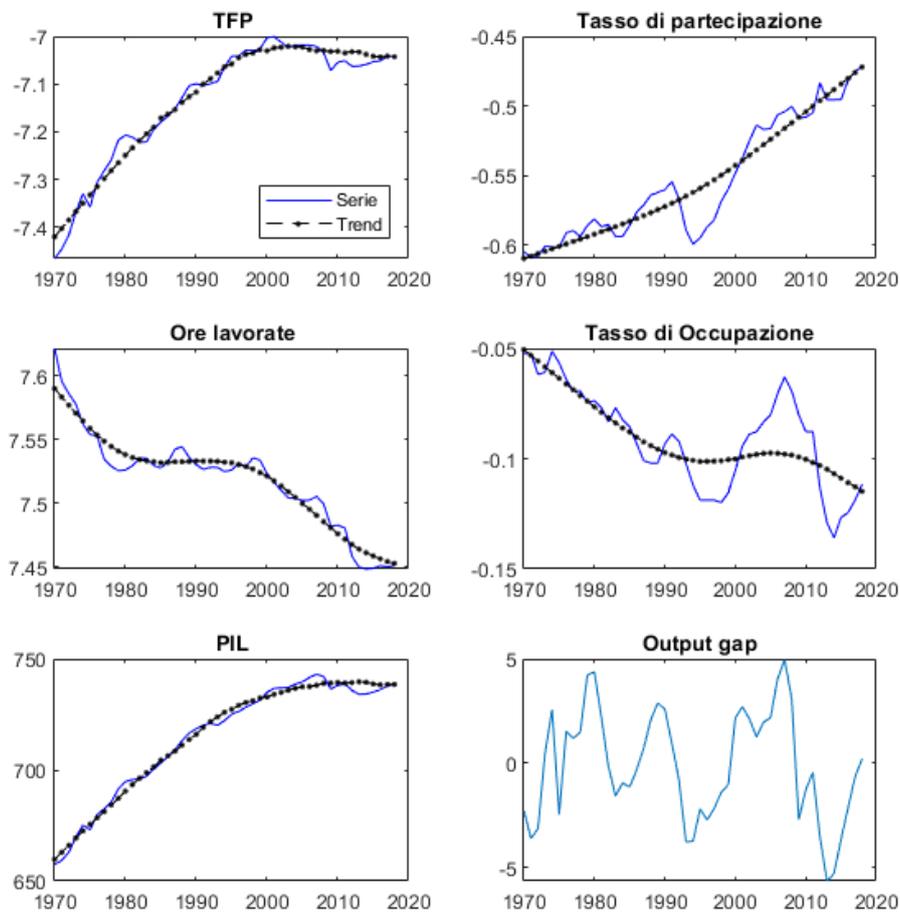
La figura 6 mostra le componenti permanenti estratte tramite il modello multivariato, mentre la figura 7 presenta i *gap* sia delle componenti sia della produzione aggregata. La

¹¹ Considerare il tasso di disoccupazione U_t (nella scala originaria, non percentuale) in luogo di e_t è equivalente: se si parte da $e_t = \log(1 - U_t)$ e si prende l'approssimazione di Taylor del primo ordine attorno al tasso medio di disoccupazione \bar{U} , si ha $e_t = \frac{\bar{U}}{1-\bar{U}} + \log(1 - \bar{U}) - \frac{1}{1-\bar{U}} U_t$. Si può verificare che per il caso italiano l'approssimazione ha un margine di errore medio dell'ordine di 10^{-4} .

coerenza ciclica delle variabili estratte è piuttosto bassa, ma aumenta in corrispondenza della grande recessione.

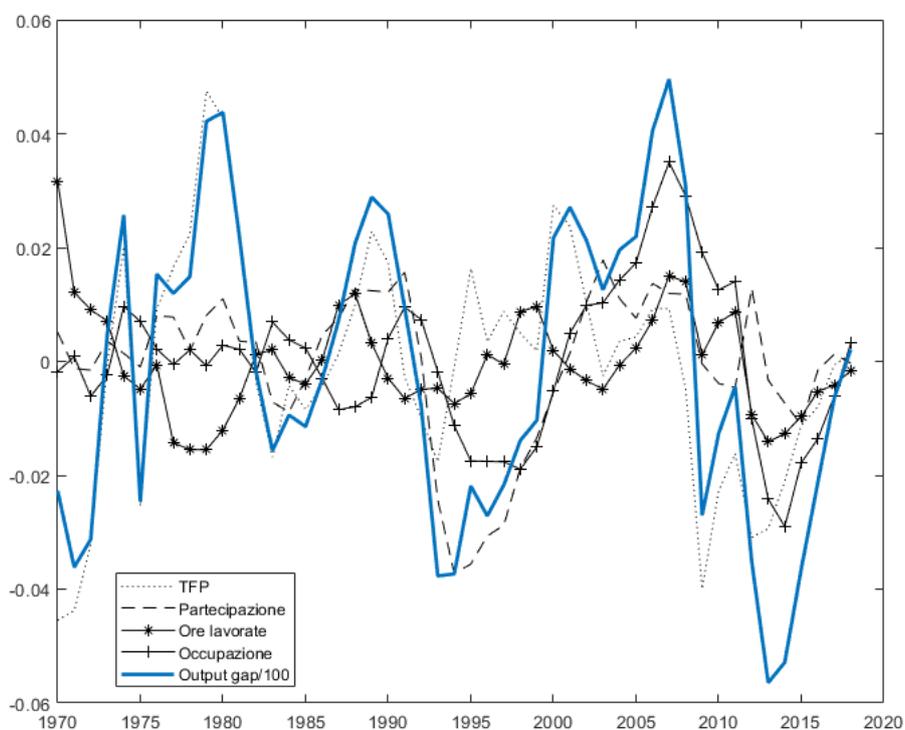
Il modello genera stime dell'*output gap* negli ultimi anni più elevate rispetto a quelle viste in precedenza. I cicli delle varie componenti (figura 7) tendono tutti a chiudersi a fine periodo, seppure con velocità diverse. Va però considerato che alle stime del potenziale concorrono la popolazione e lo *stock* di capitale osservati, che negli ultimi anni si sono ridotti e che non entrano negli altri modelli proposti.

Fig. 6 – Modello multivariato – Componenti tendenziali e *output gap* (1)
(logaritmi)



(1) La TFP è misurata in logaritmo del tasso di variazione; il tasso di partecipazione in logaritmo; le ore lavorate in logaritmo; il tasso di occupazione in logaritmo; il PIL è misurato in logaritmo dei livelli; l'output gap in percentuale.

Fig. 7 – Modello multivariato. *Gap* delle componenti e del prodotto
(in percentuale)



5 Modello statistico basato su un filtro univariato

Un modo alternativo per estrarre le componenti di lungo periodo della (4) consiste nell'applicazione di un filtro univariato alle singole serie storiche¹². Molto seguito ha trovato in tal senso l'uso del filtro di HP, che viene impiegato anche dalla Commissione europea per alcune variabili della funzione di produzione (ore lavorate e partecipazione). Sebbene semplice e di facile applicazione, il filtro soffre della distorsione a fine campione (*end point bias*), in conseguenza della quale le stime in tempo reale sono instabili.

In questo lavoro si utilizza un filtro *ad hoc*¹³, desunto da quello ottimale per la stima del potenziale e del *gap* per il modello bivariato per l'*output* e l'inflazione considerato nella sezione 3.1; il filtro riflette le proprietà statistiche della serie del PIL, in termini di scomposizione della serie tra ciclo e *trend* e incorpora implicitamente il concetto di

¹² Trattandosi di un filtro univariato, combinando le componenti cicliche delle variabili della (4) (lavoro, capitale e TFP) si ottiene lo stesso risultato che applicando il filtro direttamente al PIL.

¹³ Come dimostrato da King e Rebelo (1993) lo stimatore del *trend* ottenuto con un filtro HP può essere equivalentemente ottenuto utilizzando il filtro di Kalman e l'algoritmo di smoothing associato per il modello *state space* corrispondente con opportune restrizioni. Per i metodi associati ai modelli *state space* si fa rinvio a Harvey (1989) e Durbin e Koopman (2012).

potenziale dell'economia come quel livello per cui i prezzi restano stabili. La serie del potenziale si ottiene applicando lo *smoother* associato al modello dell'equazione (1) alla serie del PIL, imponendo le seguenti restrizioni, desunte dai parametri del modello bivariato (descritto nella sezione 3.1):

$$\sigma_{\eta}^2 = 0, \sigma_{\zeta}^2 = 0.0168\sigma_{\kappa}^2, \rho = 0.56, \lambda_c = 0.04,$$

dove ρ è il fattore di smorzamento dell'onda ciclica (*damping factor*) e λ_c la frequenza angolare in radianti del ciclo.

La scelta del modello bivariato, come riferimento per vincolare i parametri del filtro, deriva dal fatto che questo produce stime maggiormente stabili rispetto a quelle derivanti dal modello trivariato, come documentato nella sezione 6; tale stabilità viene quindi recepita dal filtro statistico.

Il filtro è, nel complesso, motivabile con l'esigenza di conseguire un livello di riduzione della volatilità analogo a quello del PIL, ottimizzato con riferimento ad un modello di curva di Phillips¹⁴.

Applicando lo stesso filtro alle componenti dell'equazione (4) si ottengono le singole scomposizioni rappresentate nella figura 8. Come ricordato in precedenza, il filtro, pur nella sua semplicità, permette infatti di scomporre la variazione del prodotto potenziale nelle sue componenti di fondo: lavoro, capitale e produttività dei fattori. La figura indica che il comportamento delle ore lavorate risulta prociclico alla fine del campione, mentre lo è meno il tasso di partecipazione.

6 Valutazione dei modelli

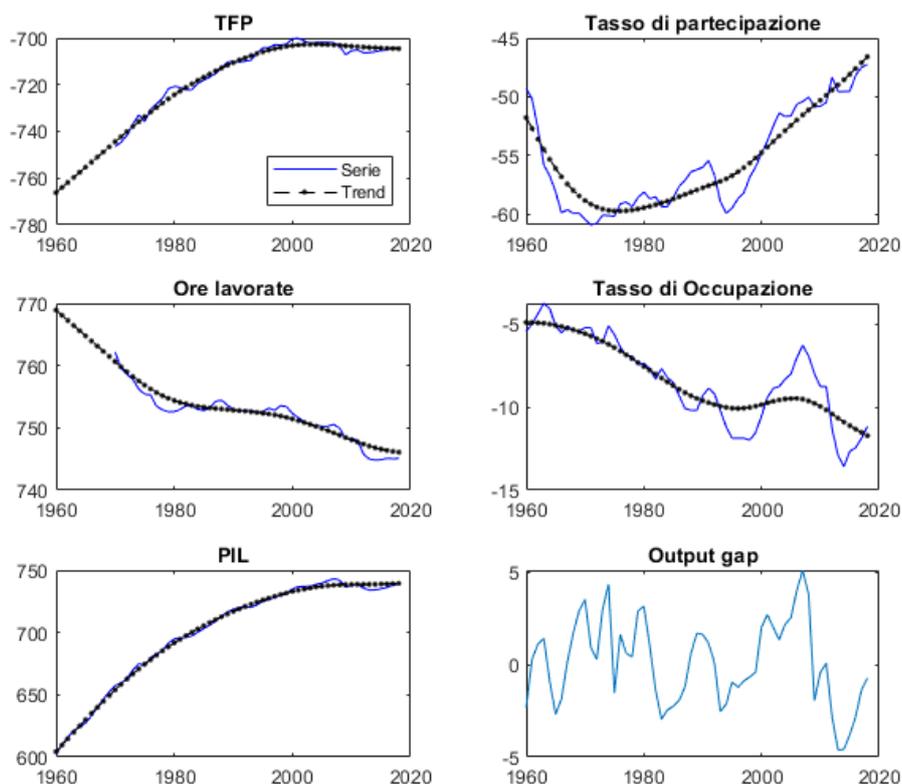
6.1 Stabilità in tempo reale

Come accennato in precedenza le stime del potenziale e dell'*output gap* sono spesso molto eterogenee, sia per i dati utilizzati sia per le specifiche procedure di stima. Le istituzioni di politica economica hanno quindi necessità di valutare e tenere conto dell'entità delle revisioni, ogni qualvolta una nuova osservazione entra nel campione. A tal fine è possibile valutare i modelli proposti in tempo reale, ovvero considerando l'insieme dei flussi informativi che si sono resi disponibili in storia. I dati statistici vengono regolarmente rivisti dall'Istat, per incorporare nuove informazioni, cosicché una serie storica, oltre ad avere nuove osservazioni col passare del tempo, viene spesso modificata tra una pubblicazione e la successiva (generando i cosiddetti *vintages* di dati), a volte anche in modo considerevole. Questo fenomeno è molto rilevante sulle serie a frequenza trimestrale, ma ha un impatto anche sulle serie annuali. Per tener conto di tale aspetto i

¹⁴ Nondimeno il filtro ha un supporto in termini di verosimiglianza, rispetto a quello non ristretto.

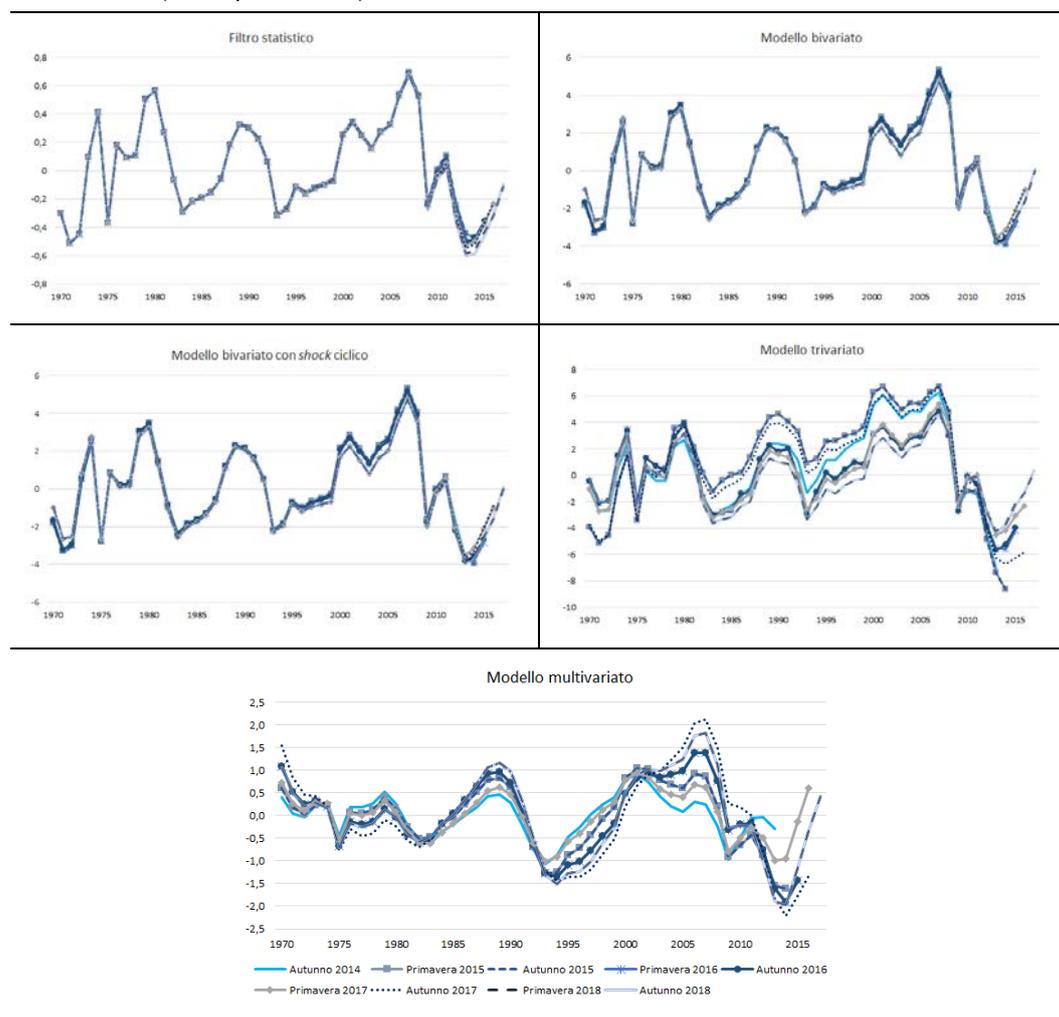
cinque modelli scelti sono stati stimati su 10 *vintages* del PIL e del suo deflatore (da ottobre 2014 a settembre 2018). Le revisioni dei dati influenzano le stime tramite due canali: i) il filtro statistico viene applicato a una serie storica parzialmente diversa (con un dato in più ma anche con revisione dei dati in storia) ii) i parametri del modello vengono ristimati su dati di base parzialmente differenti e quindi possono risultare diversi. Il primo pannello della figura 9 permette di valutare il primo effetto, in quanto riporta le stime dell'*output gap* ottenute con il filtro statistico proposto nella sezione 5, che per costruzione dell'esercizio non è soggetto a variabilità dei parametri e pertanto risente unicamente della modifica dei dati di *input*. Come atteso le revisioni impattano in maggior misura sulla parte finale del campione. Gli altri pannelli della figura riportano invece l'effetto congiunto sulle stime della variabilità dei dati e dei parametri.

Fig. 8 – Filtro statistico basato sul modello bivariato – Componenti tendenziali e *output gap* (1) (logaritmi)



(1) La TFP è misurata in logaritmo del tasso di variazione; il tasso di partecipazione in logaritmo; le ore lavorate in logaritmo; il tasso di occupazione in logaritmo; il PIL è misurato in logaritmo dei livelli; l'output gap in percentuale.

Fig. 9 – Stima dell'*output gap* in tempo reale (valori percentuali)



La figura 9 mostra chiaramente che i due modelli bivariati, anche con lo *shock*, sono molto stabili. La serie del tasso di disoccupazione appare invece difficile da scomporre in componente ciclica e di *trend* e pertanto induce maggiore instabilità dell'*output gap* nei modelli che la includono, ovvero il trivariato e il multivariato. Quest'ultimo appare instabile, prevalentemente nell'ultimo decennio, quando è cresciuta la volatilità del ciclo economico; la complessità della specificazione rende in generale le stime più difficili, presumibilmente a causa di una verosimiglianza tendenzialmente piatta.

6.2 Capacità previsiva dell'inflazione

Tutti i modelli proposti sottendono una relazione teorica, come la curva di Phillips o la legge di Okun. Un criterio di valutazione economico degli stessi può quindi basarsi sulla capacità dei modelli di rappresentare in modo stilizzato la teoria sottostante. Poiché i modelli sono accomunati dal fatto di considerare, più o meno esplicitamente, la curva di

Phillips, si è realizzato un semplice esercizio di valutazione della previsione dell'inflazione, sulla base dei diversi *output gap* ottenuti. Il campione è stato diviso in due parti, l'intervallo di stima, in cui sono stati calcolati i parametri dei modelli, e quello di valutazione, sul quale si confrontano le previsioni. L'esercizio è stato ripetuto spostando in avanti l'intervallo di stima ricorsivamente, di un'osservazione alla volta, nell'intervallo 2012-18. La frequenza annuale delle serie implica un numero di osservazioni necessariamente modesto, per cui l'analisi ha una sua validità prevalentemente in termini qualitativi. La tabella 1 mostra diverse misure di accuratezza delle previsioni dei modelli proposti, in confronto con quelle di un *benchmark*, rappresentato da un processo *random walk*; quest'ultimo, pur nella sua semplicità, è spesso un buon previsore delle misure d'inflazione. Per confrontare i modelli si riportano diverse diagnostiche; denotando con $\hat{y}_{t+1/t}$ la previsione 1 passo in avanti dell'inflazione e con y_{t+1} il valore effettivamente realizzato si presentano in tabella 1: l'errore medio (ME) (basato su $\hat{y}_{t+1/t} - y_{t+1}$) che indica la distorsione della stima, ovvero se c'è una tendenza a sovrastimare o sottostimare la variabile; l'errore medio assoluto (MAE) che tratta in modo analogo i casi di sovrastima e di sottostima $|\hat{y}_{t+1/t} - y_{t+1}|$ e l'errore quadratico medio di previsione (RMSE) basato sulla media di $(\hat{y}_{t+1/t} - y_{t+1})^2$ che tende a enfatizzare gli errori di grandi dimensioni.

Tutti i modelli, a eccezione del trivariato, prevedono meglio del *benchmark*. Il migliore risulta essere il multivariato, soprattutto dopo il 2014. Tutte le previsioni appaiono distorte, nella maggior parte dei casi per difetto a eccezione di quelle del multivariato. Gli errori commessi tendono a essere di analoga entità (si deduce dalla vicinanza tra MAE e RMSE) senza osservazioni predominanti. Una valutazione approfondita del potere predittivo dei modelli richiederebbe l'applicazione di un test statistico, in quanto le differenze tra gli errori commessi potrebbero derivare da fattori casuali; tuttavia, la ridotta numerosità delle osservazioni disponibili rende non fattibile l'applicazione di questi esercizi.

Tab. 1 – Errore di previsione dell'inflazione sul campione 2012-18 (1)

	Random Walk	Bivariato	Bivariato con <i>shock</i>	Trivariato	Multivariato
ME	0.5	-0.3	-0.2	-0.7	0.2
MAE	0.7	0.5	0.6	0.8	0.4
RMSE	0.9	0.6	0.7	1.0	0.5

Fonte: elaborazioni su dati Istat/Eurostat.

(1) ME – Mean Error; MAE – Mean Absolute Error; RMSE – Root Mean Squared Error.

7 Confronti con le previsioni dell'*output gap* di altre organizzazioni

L'UPB ha sviluppato cinque modelli, che unitamente al metodo concordato nella UE e al filtro di Hodrick-Prescott, costituiscono un insieme di strumenti utili per la valutazione dell'*output gap* dell'Italia.

Dal punto di vista operativo i modelli sul prodotto potenziale recepiscono i risultati di altri strumenti quantitativi dell'UPB. Nell'ambito del processo di validazione l'UPB elabora in primo luogo previsioni macroeconomiche di medio termine, con il modello econometrico Memo-It, tenendo conto anche delle stime di breve termine di *nowcasting*. Successivamente le previsioni sulla crescita, l'inflazione e il mercato del lavoro vengono recepite dalla modellistica sul potenziale e l'*output gap*.

I modelli proposti sono inoltre combinati per quantificare l'incertezza che caratterizza le singole misure ottenute. Mutuando il metodo adottato per la validazione del quadro macroeconomico, si può infatti ottenere un intervallo di variazione definito dai valori massimi e minimi, oltre che una misura di sintesi puntuale¹⁵.

La figura 10 confronta i valori dell'*output gap* ottenuti dalle maggiori istituzioni internazionali e dal MEF nell'autunno del 2019 con la mediana, il massimo e il minimo delle stime UPB.

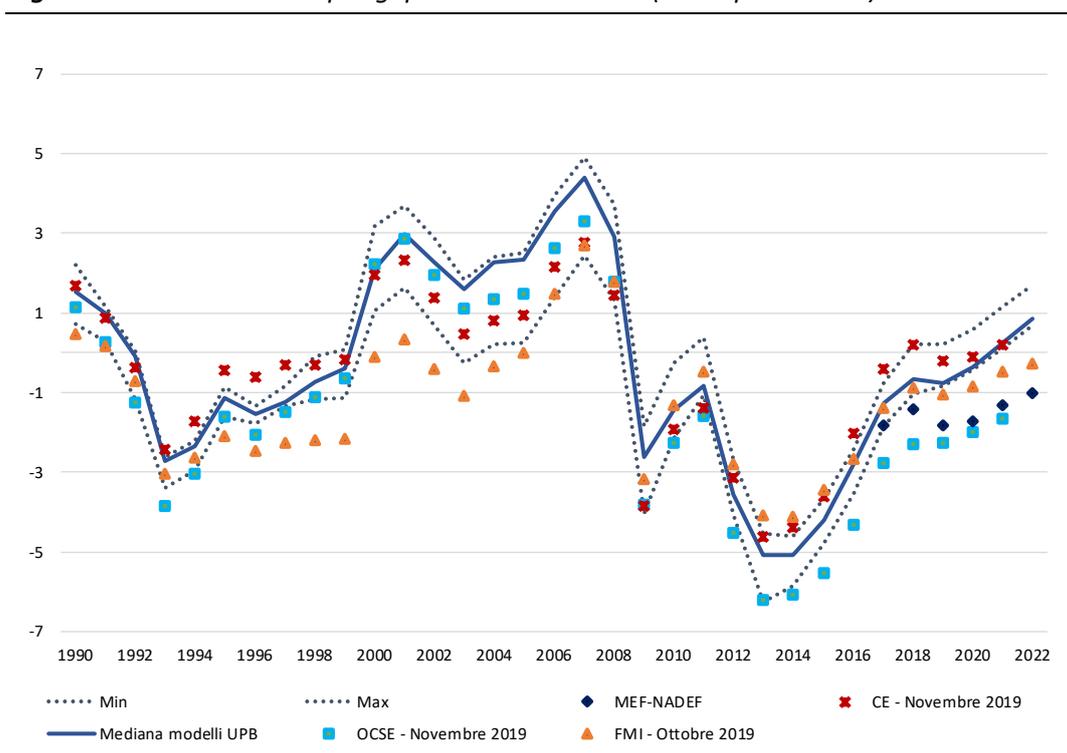
Il quadro macroeconomico sottostante è simile tra le diverse istituzioni, soprattutto sul 2019 per il quale la crescita del PIL è stimata con un minimo divario. I valori stimati dalla Commissione europea si collocano generalmente all'interno dell'intervallo tra il massimo e il minimo dei modelli UPB¹⁶, i punti di svolta sono sostanzialmente allineati, ma l'*output gap* tende a essere più elevato, soprattutto a fine periodo. Per quanto riguarda le stime del MEF dell'ultima Nota di Aggiornamento del DEF (NADEF), pubblicamente disponibili su un campione temporale ristretto, esse risultano all'interno o comunque poco al di fuori dell'intervallo di confidenza fino al 2018, mentre successivamente le differenze rispetto alle stime UPB sono più evidenti.

Infine, con riferimento alle serie storiche del *gap* dell'OCSE e del FMI, si evidenzia come per il passato queste si collochino prevalentemente all'interno dell'intervallo dei modelli UPB, in particolare successivamente alla crisi globale finanziaria; negli anni di previsione, l'OCSE ha un profilo più simile a quello del MEF, mentre il FMI ha stime prossime a quelle mediane dei modelli UPB.

¹⁵ Si dimostra (Hogg et al., 2015) che l'intervallo tra il valore massimo e il valore minimo delle stime costituisce un intervallo di confidenza intorno al valore mediano. La sola ipotesi che occorre verificare è che la variabile di riferimento sia continua, mentre non è richiesta alcuna specifica ipotesi sulla corrispondente distribuzione di probabilità.

¹⁶ Occorre precisare, d'altra parte, che dal punto di vista della compliance con le raccomandazioni relative braccio preventivo del PSC, ciò che conta è l'aggiustamento verso l'Obiettivo di medio termine che viene misurato dalla variazione del saldo strutturale.

Fig. 10 – Stime dell'*output gap* dell'autunno 2019 (valori percentuali)



8 Conclusioni

Le analisi sul prodotto potenziale sono molto rilevanti per la politica economica, ma risentono di una forte incertezza nelle applicazioni empiriche. In questo lavoro si propongono alcuni modelli per la stima del potenziale dell'Italia, per lo più accomunati dalla stessa tecnica econometrica di stima, ma sufficientemente articolati per incorporare diversi approcci proposti in letteratura. L'uso di una pluralità di modelli permette l'interpretazione economica alla luce di diverse teorie ed è anche utile ai fini della costruzione di misure di incertezza. Le specificazioni econometriche adottate sono parsimoniose e le tecniche di stima non richiedono particolari restrizioni sui parametri.

I modelli proposti si caratterizzano per la bassa prociclicità delle stime, che ne spiega anche la stabilità rispetto ai dati preliminari; le misure di *output gap* ottenute risultano coerenti con la teoria economica, in quanto permettono di prevedere l'inflazione con un errore contenuto. Le stime e le previsioni dell'*output gap* recentemente effettuate da altre organizzazioni tendono a collocarsi all'interno dell'intervallo di confidenza calcolato sulla base dei modelli proposti.

Appendice

A.1 Il modello della Commissione europea

Nel modello adottato nella UE vengono aggregate, nella cornice della funzione di produzione, le stime del livello potenziale di quattro variabili: la TFP (A), il tasso di disoccupazione (U), il tasso di partecipazione (PR) e le ore lavorate per lavoratore (H); per le ultime due serie si ricorre alla scomposizione univariata mediante Hodrick e Prescott. Il maggiore sforzo modellistico è dedicato alla specificazione e stima dei due modelli bivariati relativi alle due componenti; il modello sulla TFP è trattato con l'inferenza bayesiana, mentre quello sul NAWRU è basato sulla massimizzazione della verosimiglianza. Il modello di scomposizione dell'*output* non è log-additivo. Viene adottato un approccio misto moltiplicativo-additivo (per quanto concerne il NAWRU). La Commissione europea ottiene il valore potenziale della TFP mediante un modello strutturale bivariato che lega il logaritmo del residuo di Solow a un indicatore ciclico composito (il CUBS, ottenuto come media pesata di misure risultanti dalle indagini qualitative sull'utilizzazione della capacità produttiva del settore manifatturiero e sui climi di fiducia delle costruzioni e dei servizi).

L'*input* di lavoro potenziale (in termini di ore complessive lavorate) viene ottenuto dapprima fattorizzando L nel prodotto di quattro componenti:

$$L = H \times E \times PR \times POP,$$

dove H rappresenta le ore di lavoro annue per occupato, E il tasso di occupazione, PR il tasso di partecipazione (attivi sulla popolazione in età lavorativa) e POP la popolazione in età lavorativa tra 15 e 74 anni.

Per quanto concerne PR e H il livello potenziale viene ottenuto applicando il filtro di Hodrick e Prescott, mentre per $E = 1 - U$, dove U è il tasso di disoccupazione, si utilizza la scomposizione

$$E_p = (1 - \text{NAWRU}),$$

dove il pedice P indica il livello potenziale della variabile. Il tasso naturale di disoccupazione (*Non-Accelerating Wage Rate of Unemployment*) è ottenuto utilizzando, oltre all'informazione proveniente dalle caratteristiche della serie ed estratte tramite la scomposizione delle componenti non osservabili, l'informazione proveniente dalla curva di Phillips che lega il tasso di variazione dei salari alla disoccupazione ciclica, rappresentata come un processo autoregressivo del secondo ordine. Si ha pertanto:

$$L_p = H_p \times (1 - \text{NAWRU}) \times PR_p \times POP.$$

La stima del NAWRU dell'Italia da parte della Commissione europea è basata sulla versione accelerazionista della curva di Phillips (si veda Havik et al. (2014)), tale che una riduzione del tasso di inflazione (riferito ai salari) è associata a un *gap* positivo della

disoccupazione (ovvero il NAWRU si trova al di sotto del tasso osservato). La stima viene poi corretta mediante una procedura *ad hoc* di ancoraggio a un valore di riferimento di lungo periodo ottenuto mediante una stima *panel* che spiega il tasso di disoccupazione in funzione di variabili strutturali relative al mercato del lavoro. I vincoli adottati dalla Commissione europea danno luogo a stime procicliche del NAWRU. Fioramanti (2015) ha studiato il ruolo che hanno i vincoli imposti alla varianza dei disturbi stocastici del modello, evidenziando come la scelta dei limiti, superiore e inferiore, determina in maniera cruciale il profilo evolutivo del NAWRU nel tempo.

A.2 Il modello bivariato con output e inflazione

Il modello bivariato presentato nella sezione 3.1 può essere rappresentato come segue:

$$\begin{aligned}
 y_t &= \mu_t + \psi_t, & t &= 1, \dots, n, \\
 \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t & \eta_t &\sim IIDN(0, \sigma_\eta^2), \\
 \beta_t &= \beta_{t-1} + \zeta_t, & \zeta_t &\sim IIDN(0, \sigma_\zeta^2), \\
 \psi_t &= \phi_1 \psi_{t-1} + \phi_2 \psi_{t-2} + \kappa_t & \kappa_t &\sim IIDN(0, \sigma_\kappa^2), \\
 \pi_t &= \gamma_e \pi_t^e + \pi_t^* + \theta_0 \psi_t + \theta_1 \psi_{t-1} + \sum_{\kappa=1}^K \beta_\kappa \chi_{\kappa t} + \epsilon_{\pi t}, & \epsilon_{\pi t} &\sim IIDN(0, \sigma_{\epsilon_\pi}^2), \\
 \pi_t^* &= \pi_{t-1}^* + \eta_{\pi t} & \eta_{\pi t} &\sim IIDN(0, \sigma_{\eta_\pi}^2),
 \end{aligned}$$

in cui la serie del PIL, y_t , viene scomposta in trend μ_t e ciclo ψ_t e la serie dell'inflazione π_t , misurata con il deflatore del PIL, segue una curva di Phillips standard, in cui sono presenti una componente inerziale, π_t^* , le aspettative π_t^e , l'*output gap* e alcune variabili esogene $\chi_{\kappa t}$, quali le ragioni di scambio e il prezzo del petrolio.

L'estensione con lo *shock* nel ciclo si ottiene sostituendo la specificazione del ciclo con la seguente: $\psi_t = \phi_1 \psi_{t-1} + \phi_2 \psi_{t-2} + \kappa_t + \lambda I(t = \tau)$, con $\tau = 2009$.

La tabella A1 riporta le stime di massima verosimiglianza dei parametri del modello basata sulle serie annuali dal 1970 al 2018. Il coefficiente di regressione associato alle aspettative di inflazione risulta non significativamente diverso da 1. Il periodo del ciclo stimato è molto elevato (la frequenza ciclica stimata non è diversa da zero).

L'introduzione di una variabile di intervento nell'equazione del ciclo conduce a una riduzione della varianza stimata degli *shock* ciclici. Il coefficiente associato alla variabile (nell'ultima riga della tabella A1) risulta negativo e altamente significativo. Inoltre, essa conduce a un sostanziale miglioramento dell'adattamento del modello, come riportato nella tabella A2, ove si presentano la log-verosimiglianza, il test di Wald dell'ipotesi che

entrambi i coefficienti della curva di Phillips siano nulli, assieme al test dell'ipotesi di neutralità di lungo periodo dell'*output gap*, $H_0: \theta_0 + \theta_1 = 0$, e alcune diagnostiche riferite all'equazione del PIL e calcolate sui residui standardizzati del filtro di Kalman: il test di autocorrelazione di Ljung-Box con 4 ritardi, il test di normalità di Jarque-Bera, il test di eteroschedasticità di Goldfeld e Quandt e il test di eteroschedasticità condizionata del primo ordine (ARCH(1)).

In particolare, per la specificazione con *shock* ciclico, l'*output gap* ha un effetto significativo (con un errore del 5 per cento) sul livello dell'inflazione, ma non sull'accelerazione dei prezzi. In generale, l'introduzione dello *shock* produce un miglioramento delle statistiche.

Tab. A1 – Stime di massima verosimiglianza del modello bivariato (1)

Parametro	Modello bivariato			Parametro	Con shock ciclico		
	Stima	Err. st.	t-stat		Stima	Err. st.	t-stat
σ_{η}^2	0.00	0.00	0.00	σ_{η}^2	0.00	0.00	0.12
σ_{ζ}^2	0.02	0.02	1.06	σ_{ζ}^2	0.05	0.04	1.12
σ_{κ}^2	1.11	0.25	4.40	σ_{κ}^2	0.89	0.24	3.74
ϕ_1	1.10	0.00	0.00	ϕ_1	0.97	3.39	0.28
ϕ_2	-0.30	0.06	-5.08	ϕ_2	-0.23	0.08	-2.86
θ_0	0.04	0.13	0.27	θ_0	0.05	0.14	0.34
θ_1	0.13	0.14	0.92	θ_1	0.17	0.14	1.22
$\sigma_{\epsilon\pi}^2$	0.41	0.10	3.99	$\sigma_{\epsilon\pi}^2$	0.40	0.10	3.99
$\sigma_{\eta\pi}^2$	0.01	0.01	1.01	$\sigma_{\eta\pi}^2$	0.01	0.01	0.98
Terms of trade	-25.79	12.39	-2.08	Terms of trade	-25.84	12.27	-2.11
Δ ToT	-1.48	10.45	-0.14	Accel in ToT	-1.44	10.28	-0.14
Changes Oil Pr.	-0.87	0.59	-1.47	Changes Oil Pr.	-1.02	0.59	-1.75
Accel. Oil Pr.	0.93	0.39	2.39	Accel. Oil Pr.	1.03	0.38	2.67
Infl. Expectations	1.01	0.04	28.36	Infl. Expectations	1.01	0.04	28.64
				Shock ciclico	-4.98	0.99	-5.01

Fonte: elaborazioni su dati Istat/Eurostat.

(1) Gli errori standard sono ottenuti in modo approssimato con il Delta Method.

Tab. A2 – Diagnostica e bontà di adattamento

Modello bivariato			Con shock ciclico		
Statistica	Valore	p-value	Statistica	Valore	p-value
Log-Verosimiglianza	-149.53		Log-Verosimiglianza	-144.69	
Wald test $H_0: \theta_0 = \theta_1 = 0$	3.46	0.18	Wald test $H_0: \theta_0 = \theta_1 = 0$	4.49	0.11
Wald test $H_0: \theta_0 + \theta_1 = 0$	3.45	0.06	Wald test $H_0: \theta_0 + \theta_1 = 0$	4.20	0.04
Ljung-Box (4)	3.13	0.54	Ljung-Box (4)	7.77	0.10
JarqueBera	21.87	0.00	JarqueBera	2.78	0.25
Goldfeld-Quandt test	3.53	0.01	Goldfeld-Quandt test	1.30	0.31
ARCH1 test	1.02	0.32	ARCH1 test	1.31	0.26

A.3 Il modello trivariato con output, inflazione e disoccupazione

Il modello trivariato rappresenta una estensione di quello bivariato e si ottiene aggiungendo alla specificazione presentata nella sezione A.2 la relazione che lega i *gap* della disoccupazione a quella del prodotto:

$$\begin{aligned}
 U_t &= \mu_{ut} + \psi_{ut}, & t &= 1, \dots, n, \\
 \mu_{ut} &= \mu_{u,t-1} + \beta_{u,t-1} + \eta_{ut}, & \eta_{ut} &\sim IIDN(0, \sigma_{\eta u}^2), \\
 \beta_{ut} &= \beta_{u,t-1} + \zeta_{ut}, & \zeta_{ut} &\sim IIDN(0, \sigma_{\zeta u}^2), \\
 \psi_{ut} &= \phi_u \psi_{u,t-1} + \delta_0 \psi_t + \delta_1 \psi_{t-1} + \kappa_{ut}, & \kappa_{ut} &\sim IIDN(0, \sigma_{\kappa u}^2),
 \end{aligned} \tag{8}$$

dove U_t è il tasso di disoccupazione e $\psi_{u,t-1}$ l'*unemployment gap*.

Il modello per il *gap* della disoccupazione è sufficientemente generico e annida diversi casi particolari di interesse. Nel caso in cui $\delta_0 = \delta_1 = 0$, il modello per il *gap* della disoccupazione diviene puramente idiosincratico. La legge di Okun può manifestarsi in due maniere; riscrivendo

$$\psi_{ut} = \frac{\delta_0 + \delta_1 L}{1 - \phi_u L} \psi_t + \frac{\kappa_{ut}}{1 - \phi_u L},$$

si osserva che sotto le restrizioni $\phi_u = 0$ e $\delta_1 = 0$, $\psi_{ut} = \delta_0 \psi_t + \kappa_{ut}$; se poi $\sigma_{\kappa u}^2 = 0$ la relazione tra i *gap* è di stretta proporzionalità, con l'*output gap* che genera il ciclo comune alla disoccupazione. Altrimenti, se $\delta_1 = -\delta_0 \phi_u$, ψ_{ut} ha una componente proporzionale all'*output gap* e una componente specifica rappresentata da un processo AR(1).

La verosimiglianza associata al modello non ristretto risulta pari a -188.73. Le stime di massima verosimiglianza dei parametri sono riportate nella tabella A3. Il modello stimato

per l'*output gap* risulta più persistente rispetto al modello bivariato (ϕ_1 e ϕ_2 sono rispettivamente 1.3687 e -0.4699) e caratterizzato da *shock* ciclici di variabilità ridotta. La relazione che lega l'inflazione al *gap* mediante la curva di Phillips sembra essersi allentata, ma l'*output gap* è legato significativamente al *gap* della disoccupazione, come rivela il test di Wald dell'ipotesi $H_0: \delta_0 + \delta_1 = 0$, riportato nella tabella A4. Il coefficiente ϕ_u risulta elevato e significativo e la restrizione $\phi_u = 0$ viene chiaramente rigettata.

Tab. A3 – Stime di massima verosimiglianza del modello trivariato (1)

Parameter	Trivariate model		
	Estimate	Err. st.	t-stat
σ_η^2	0.00	0.00	0.02
σ_ζ^2	0.01	0.01	0.56
σ_κ^2	0.54	0.16	3.42
ϕ_1	1.37	2.73	0.50
ϕ_2	-0.47	0.01	-40.07
θ_0	0.13	0.19	0.69
θ_1	0.01	0.19	0.04
$\sigma_{\varepsilon\pi}^2$	0.42	0.11	3.93
$\sigma_{\eta\pi}^2$	0.01	0.01	1.02
$\sigma_{\eta u}^2$	0.01	0.80	0.02
$\sigma_{\zeta u}^2$	0.00	0.00	0.02
δ_0	-0.02	0.09	-0.18
δ_1	-0.07	0.08	-0.85
$\sigma_{\kappa u}^2$	0.06	3.12	0.02
ϕ_u	0.94	1.07	0.88
Terms of trade	-32.79	12.07	-2.72
Δ ToT	4.84	10.31	0.47
Changes Oil Pr.	-1.04	0.57	-1.84
Accel. Oil Pr.	0.80	0.38	2.09
Infl. Expectations	1.05	0.03	34.94

Fonte: elaborazioni su dati Istat/Eurostat.

(1) Gli errori standard sono ottenuti in modo approssimato con il Delta Method.

Tab. A4 – Modello Trivariato. Diagnostica e bontà di adattamento

Statistica	Valore	p-value
Log-Verosimiglianza	-188.73	
Wald test $H_0: \theta_0 = \theta_1 = 0$	3.21	0.20
Wald test $H_0: \theta_0 + \theta_1 = 0$	3.09	0.08
Wald test $H_0: \delta_0 + \delta_1 = 0$	12.59	0.00
Ljung-Box (4)	4.42	0.35
JarqueBera	17.26	0.00
Goldfeld-Quandt test	3.65	0.01
ARCH1 test	4.39	0.04

A.4 Il modello multivariato integrato basato sulla funzione di produzione

Partendo dalla (6) il modello multivariato integrato può essere rappresentato come segue. Siano $\mathbf{y}_t = (f_t, a_t, h_t, e_t, c_t)'$, dove la serie c_t rappresenta l'indicatore sintetico CUBS, $\boldsymbol{\mu}_t = (\mu_{ft}, \mu_{ht}, \mu_{at}, \mu_{et})'$, $\boldsymbol{\psi}_t = (\psi_{ft}, \psi_{ht}, \psi_{at}, \psi_{et})'$, $\psi_t = \gamma' \boldsymbol{\psi}_t$, $\gamma = (1, \alpha, \alpha, \alpha)'$.

$$\begin{aligned}
 y_t &= \mu_t + \psi_t & t &= 1, \dots, n, \\
 \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1} \\
 \beta_t &= \beta_{t-1} + \zeta_t & \zeta_t &\sim IIDN(0, \Sigma_\zeta), \\
 \psi_t &= \phi_1 \psi_{t-1} + \phi_2 \psi_{t-2} + \kappa_t & \kappa_t &\sim IIDN(0, \Sigma_\kappa), \quad (9) \\
 c_t &= \theta_c \psi_{ft} + \epsilon_{ct} & \epsilon_{ct} &\sim IIDN(0, \sigma_{\epsilon c}^2), \\
 \pi_t &= \gamma_e \pi_t^e + \pi_t^* + \theta_0 \psi_t + \theta_1 \psi_{t-1} + \sum_{\kappa=1}^K \beta_\kappa \chi_{\kappa t} + \epsilon_{\pi t}, & \epsilon_{\pi t} &\sim IIDN(0, \sigma_{\epsilon \pi}^2), \\
 \pi_t^* &= \pi_{t-1}^* + \eta_{\pi t} & \eta_{\pi t} &\sim IIDN(0, \sigma_{\eta \pi}^2),
 \end{aligned}$$

dove si è assunto che Σ_ζ sia una matrice diagonale, mentre Σ_κ è una matrice piena. Il ciclo multivariato ha coefficienti scalari, ed è tale che anche l'*output gap* ha una rappresentazione AR(2) con gli stessi coefficienti. La serie CUBS replica quella utilizzata nel modello per la TFP della Commissione europea.

La stima di massima verosimiglianza della matrice Σ_κ implica correlazioni tra i disturbi ciclici non particolarmente elevate:

	f	a	h	e
f	1.00	-0.05	-0.30	0.32
a	-0.05	1.00	0.18	-0.26
h	-0.30	0.18	1.00	0.10
e	0.32	-0.26	0.10	1.00

La complessità del modello e la ridotta numerosità delle osservazioni campionarie, rispetto all'elevato numero di parametri, rende la stima particolarmente difficile e la misurazione degli errori standard tramite il Delta Method imprecisa. Applicazioni future prevedono l'uso di tecniche di simulazione *bootstrap* per superare tale inconveniente.

Bibliografia

- Ball, L., Leigh, D., e Loungani, P. (2017). Okun's law: Fit at 50? *Journal of Money, Credit and Banking*, 49(7), 1413–1441.
- Ball, L., e Mazumder, S. (2011). *Inflation dynamics and the great recession* (NBER working Papers No. 17044). National Bureau of Economic Research.
- Bassanetti, A., Caivano, M., e Locarno, A. (2010). *Modelling Italian potential output and the output gap* (Temi di discussione (Economic working papers) No. 771). Bank of Italy, Economic Research and International Relations Area.
- Blanchard, O. (2016). The Phillips Curve: Back to the '60s? *American Economic Review*, 106(5), 31–34.
- Cacciotti, M., Conti, R., Morea, R., e Teobaldo, S. (2017). The estimation of potential output for Italy: an enhanced methodology. *Rivista Internazionale di Scienze Sociali*(4), 351–388.
- Casey, E. (2018). *Inside the "Upside Down": Estimating Ireland's Output Gap* (Working Paper No. 5). Irish Fiscal Advisory Council.
- CBO. (2001). *CBO's Method for Estimating Potential Output: An Update* (Congressional Budget Office Paper).
- Clark, P. K. (1989). Trend reversion in real output and unemployment. *Journal of Econometrics*, 40(1), 15–32.
- Coibion, O., e Gorodnichenko, Y. (2015). Is the Phillips curve alive and well after all? Inflation expectations and the missing disinflation. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 7(1), 197–232.
- Cuerpo, C., Ángel Cuevas, e Quilis, E. M. (2018). Estimating output gap: a beauty contest approach. *SERIEs: Journal of the Spanish Economic Association*, 9(3), 275-304.
- D'Auria, F., Denis C., Havik K., Mc Morrow K., Planas C., Raciborski R., Roger W., e Rossi A., 2010. "The production function methodology for calculating potential growth rates and output gaps," European Economy - Economic Papers 2008 - 2015 n. 420, (DG ECFIN), European Commission.
- De Masi, P. (1997). *IMF estimates of potential output: theory and practice* (Working Paper No. 177). International Monetary Fund.
- Durbin, J., e Koopman, S. J. (2012). *Time Series Analysis by State Space Methods* (2nd ed.). Oxford: Oxford University Press.
- ECB. (2018). *ECB Economic Bulletin* (Vol. 7). European Central Bank.
- EUIFIs. (2018). *A Practitioner's Guide to Potential Output and the Output Gap* (EUIFIs papers and Reports).

- Fantino, D. (2018). *Potential output and microeconomic heterogeneity* (Temi di discussione (Economic working papers) No. 1194). Bank of Italy, Economic Research and International Relations Area.
- Fioramanti, M. (2015). Potential Output, Output Gap and Fiscal Stance: is the EC estimation of the NAWRU too sensitive to be reliable. *Italian Fiscal Policy Review*(1).
- Fioramanti, M., Padriani, F., e Pollastri, C. (2015). La stima del PIL potenziale e dell'output gap: analisi di alcune criticità. *Nota di lavoro UPB*(1).
- Fioramanti, M., e Waldmann, R. J. (2017). The Econometrics of the EU Fiscal Governance: is the European Commission methodology still adequate? *Rivista Internazionale di Scienze Sociali*(4), 389–404.
- Frale, C., e De Nardis, S. (2018). Which Gap? Alternative Estimations of the Potential Output and the Output Gap in the Italian Economy. *Politica economica*, 34(1), 3-22.
- Giorno, C., Richardson, P., Roseveare, D., e van den Noord, P. (1995). *Estimating Potential Output, Output Gaps and Structural Budget Balances* (OECD Economics Department Working Papers No. 152). OECD Publishing.
- Gordon, R. J. (1997). The time-varying NAIRU and its implications for economic policy. *Journal of Economic Perspectives*, 11(1), 11–32.
- Harvey, A. (1989). *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Havik, K., e Mc Morrow, K., Orlandi, F., Planas, C., Raciborski, R., Röger, W., e Vandermeulen, V. (2014). *The Production Function Methodology for Calculating Potential Growth Rates & Output Gaps* (European Economy Economic Papers No. 535). Directorate General Economic and Financial Affairs (DG-ECFIN), European Commission.
- Hodrick, R. J., e Prescott, E. C. (1997). Postwar US business cycles: an empirical investigation. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 29(1), 1–16.
- Hogg, R. V., Tanis, E., e Zimmerman, D. (2015). *Probability and Statistical Inference* (9th ed.). Pearson: Oxford University Press.
- Jarociński, M., e Lenza, M. (2018). An inflation-predicting measure of the output gap in the euro area. *Journal of Money, Credit and Banking*, 50(6), 1189–1224.
- King, R. G., e Rebelo, S. T. (1993). Low frequency filtering and real business cycles. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 17(1), 207–231.
- Kuttner, K. N. (1994). Estimating potential output as a latent variable. *Journal of Business & Economic Statistics*, 12(3), 361–368.
- Mavroeidis, S., Plagborg-Møller, M., e Stock, J. H. (2014). Empirical evidence on inflation expectations in the new keynesian phillips curve. *Journal of Economic Literature*, 52(1), 124–188.

- Murray, J. (2014). *Output Gap measurement: judgement and uncertainty* (Working Paper No. 5). Office for Budget Responsibility.
- Okun, A. M. (1962). Potential GNP: its measurement and significance. *Proceedings of the Business and Economics Statistics Section, American Statistical Association*, 98-103.
- Orphanides, A., e Van Norden, S. (2002). The unreliability of output-gap estimates in real time. *The Review of Economics and Statistics*, 84(4), 569–583.
- Parigi, G., e Siviero, S. (2001). An investment-function-based measure of capacity utilisation: Potential output and utilised capacity in the Bank of Italy's quarterly model. *Economic Modelling*, 18(4), 525–550.
- Proietti, T., Musso, A., e Westermann, T. (2007). Estimating potential output and the output gap for the euro area: a model-based production function approach. *Empirical Economics*, 33(1), 85–113.
- Shackleton, R. (2018). Estimating and Projecting Potential Output Using CBO's Forecasting Growth Model (Working Papers No. 03). Congressional Budget Office.
- Szörfi, B., e Tóth, M. (2018). *Measures of slack in the euro area* (Economic Bulletin No. 3). European Central Bank.
- Vetlov, I., Pisani, M., Hlédik, T., Jonsson, M., e Kucsera, H. (2011). *Potential output in DSGE models* (Working Paper Series No. 1351). European Central Bank.
- Yule, G. U. (1927). On a method of investigating periodicities disturbed series, with special reference to wolfer's sunspot numbers. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 226, 267–298.